# 複素NMF: 新しいスパース信号分解表現と基底系学習アルゴリズム\*

**亀岡弘和<sup>†</sup>,小野順貴<sup>‡</sup>,柏野邦夫<sup>†</sup>,嵯峨山茂樹<sup>‡</sup>** (<sup>†</sup>NTT コミュニケーション科学基礎研究所、<sup>‡</sup>東京大学大学院情報理工学系研究科)

# 1 序論

基底のスパースな線形結合(結合係数のほとんどが ほぼ0値)ですべての観測データを良く近似できる ようなコンパクトな基底系 (このような基底系を「ス パースな分解表現」と呼ぶ。)を統計的,情報論的な 規準に基づいて構成するアプローチを総称してスパー ス信号分解と呼び,スパースコーディング(SC)[1]や 非負値行列分解(NMF)[2]などがその代表例である。 スパース信号分解では,主成分分析や独立成分分析 などの多変量解析手法と同様,個々の基底が観測デー タを構成する基本要素成分となるように学習するこ とが目的となるが,スパース信号分解の特質は,結合 係数のスパース性の制約により,観測データの中に混 在する特徴的なパターンが個々の基底となって表出さ れる点にある。この性質より, SC も NMF も, モノ ラル音響信号中に混在する構成音を事前知識なしに 分離抽出できる可能性をもった方法論として近年期 待され [4, 5, 6], 雑音抑圧などの音声強調 [7] や狭帯 域信号からの音声復元 [8] といった通信システムへの 用途にも応用され始めている。

NMF が音響特徴抽出法として有効な理由は,パ ワーないし振幅スペクトルを観測データとして基底 分解を行っているためであると考えられる[4]。すな わち, NMF では, 似た形の振幅スペクトルはすべて 同一基底で表現可能となる点がポイントであり,この ために多様で複雑な現象である実世界音響信号をコ ンパクトな基底系で表現することができるのである。 振幅スペクトルは,信号がどのような周波数成分で構 成されているかを表した情報であるため,同一な振幅 スペクトルをもつ音は同一属性と捉える NMF の考 え方は,基底の冗長性の観点で多分に合理的である。 また,基底系の学習の際に設ける基底および結合係 数に対する非負制約が,副次的に基底系の解を自然 にスパースな分解表現へと誘導する効果がある点や, 乗法更新アルゴリズム [2] と呼ぶ非常に効率的な反復 学習アルゴリズムが存在する点も特徴的である。しか し, NMF は混合音中の構成音の特徴を大まかに捉え るという点においては有効とはいえ、振幅スペクト ルは非加法的であるため,振幅スペクトル基底の線 形結合による観測データのモデル化をベースにする NMF では混在音の振幅スペクトルをどの程度正確に 表出できるかは必ずしも明らかではない。

一方で,時間領域信号基底の線形結合により観測信 号をモデル化する SC に基づくアプローチ [5] は,加 法性が成り立つ量を基底と考える点で NMF より精 緻なモデリングに基づいている反面,基底系の冗長 性に難点がある。すなわち,波形が異なっても振幅ス ペクトルが同一ならば同じ属性の音と見なせる NMF とは異なり,波形の微妙な差異に応じて別々の基底が 必要になる。シフト不変 SC と呼ぶアプローチ [9] は, 基底系に拘束を与えて,時間シフトの関係にある波 形群を同一属性の音と見なせるように工夫したもの であるが,ある波形に対して時間シフトした波形の 集合は,その波形と振幅スペクトルが同形の全波形 の中のごく一部に過ぎないため,この分解表現もま た NMF のそれに比べて冗長性は依然大きい。

以上の NMF と SC に対する問題意識を動機として, 本稿では, 複素スペクトル (加法性の成り立つ) 領域 でのモデル化に準拠しながら NMF のように観測信 号の中に混在する個々の特徴的な振幅スペクトルパ ターンを表出できるような性質をもった,新しいタイ プのスパース信号分解法「複素 NMF」を提案する。

# 2 複素 NMF の原理

複素 NMF は,スパース信号分解としての効果を 本質的に保持しながら,ベースとなるモデリングが 精緻である点で SC の利点を,個々の特徴的な振幅ス ペクトルパターンを表出できる点と効率的な反復学 習アルゴリズムが導ける点で NMF の利点を併せ持 つ。以下,音響信号の分解表現をまず定式化する。

#### 2.1 スパース信号分解表現

任意の音響信号の時間周波数成分を  $F_{x,t}$  とする。 ただし, x は周波数ないし対数周波数に, t は時刻に 対応するインデックスである。ここで,  $F_{x,t}$  を,

$$F_{x,t} = \sum_{k=1}^{K} a_{k,x,t} = \sum_{k} |a_{k,x,t}| e^{j\phi_{k,x,t}}$$
(1)

のように要素  $a_{k,x,t}$  の和に分解し, さらに  $|a_{k,x,t}|$  を

$$|a_{k,x,t}| = H_{k,x}U_{k,t}, \quad H_{k,x} \ge 0, \quad U_{k,t} \ge 0$$
 (2)

のように  $H_{k,x} \geq U_{k,t}$  の積に分解する。分解のスケー ルの任意性を除くため,ここで

$$\sum_{x} H_{k,x} = 1 \quad (k = 1, \cdots, K) \tag{3}$$

を仮定しておく。 $H_{k,x}$ は,時刻に依らずグローバル に決定される振幅スペクトルパターンであり,一方, k番目の振幅スペクトルのアクティビティ(係数) $U_{k,t}$ 

<sup>\*</sup> Complex NMF: A new sparse signal representation and basis set optimization. by KAMEOKA Hirokazu (NTT Corporation), ONO Nobutaka (University of Tokyo), KASHINO Kunio (NTT Corporation) and SAGAYAMA Shigeki (University of Tokyo)

と位相スペクトル $\phi_{k,x,t}$ はそれぞれ時刻ごとに自由度 をもつ。すなわち,実世界の音響信号は,高々K種 類の振幅スペクトルの信号だけで構成されており,そ れぞれの係数と位相スペクトルが自由に時変して実 現したものと見なしているわけである。このモデルの もとで,SCの考え方と同様に,できるだけ係数 $U_{k,t}$ をスパースに,かつ,観測信号とのモデル化誤差を小 さくするように振幅スペクトル $H_{k,x}$ と係数 $U_{k,t}$ を学 習することで,NMFのように似た振幅スペクトル構 造が一つの基底となって表出されるような性質をもっ た複素スペクトル領域のスパース信号分解が可能に なると考えられる。以上より,

$$F_{x,t} = \sum_{k} H_{k,x} U_{k,t} e^{j\phi_{k,x,t}} \tag{4}$$

のような形のスパース信号分解表現を提案する。

ところで,NMFでは,時刻に依らずグローバル に決定される振幅スペクトルパターン $H_{k,x}$ がK種類あり,それぞれの係数 $U_{k,t}$ が非負制約のもと で自由に時変していると見なしてスペクトログラ ムをモデル化していることに相当する。すなわち,  $F_{x,t} = \sum_k H_{k,x}U_{k,t}$ なので, $\mathbf{F} \equiv (F_{x,t})_{X \times T}, \mathbf{H}^T \equiv$  $(H_{k,x})_{K \times X}, \mathbf{U} \equiv (U_{k,t})_{K \times T}$ とすると, $\mathbf{F} = \mathbf{HU}$ の ように行列の形で書けるわけである。一方,位相スペ クトルが $\phi_{k,x,t} = \varphi_{k,x}$ のような時不変の拘束をもつ とき, $V_{k,x} \equiv U_{k,x}e^{j\varphi_{k,x}}$ と置けて, $\mathbf{V} \equiv (V_{k,x})_{K \times X}$ とすると, $\mathbf{F} = \mathbf{VU}$ と書けるので,SCのモデルと 本質的に一致する。これに対し,式(4)のモデルは, 3 階のテンソル $e^{j\phi_{k,x,t}}$ の存在によりNMFやSCと 同じような行列表現ができないことから,従来のス パース信号分解モデルとは性質が根本的に異なる。

#### 2.2 基底系学習アルゴリズム

今,観測音響信号の時間周波数成分  $Y_{x,t}$  が与えら れたとき, $H_{k,x}, U_{k,t}, \phi_{k,x,t}$ を最適推定する方法につ いて述べる。 $Y \equiv (Y_{x,t})_{X \times T}, F \equiv (F_{x,t})_{X \times T}, H \equiv (H_{k,x})_{K \times X}, U \equiv (U_{k,t})_{K \times T}, \phi \equiv (\phi_{k,x,t})_{K \times X \times T}$ と する。さて,ここで,観測とモデルとの間に

$$Y_{x,t} = F_{x,t} + \epsilon_{x,t} \tag{5}$$

が成り立ち,上記のモデル化誤差 $\epsilon$ を,分散が $\sigma^2$ の 複素ガウス分布に従う白色雑音と仮定すると, $H,U,\phi$ の尤度  $P(Y|H,U,\phi,\sigma^2)$ は

$$P(Y|H, U, \phi, \sigma^2) = \prod_{x,t} \frac{1}{\pi \sigma^2} e^{-\frac{|Y_{x,t} - F_{x,t}|^2}{\sigma^2}}$$
(6)

で与えられる。また, $H, U, \phi, \sigma^2$ は独立

$$P(H, U, \phi, \sigma^2) = P(H)P(U)P(\phi)P(\sigma^2)$$
(7)

とし, P(H),  $P(\phi)$ ,  $P(\sigma^2)$  はいずれも一様分布, ス パース性を表すUの事前確率を一般化正規分布

$$P(U) = \prod_{k,t} \frac{1}{2\Gamma(1+\frac{1}{p})b} e^{-\frac{|U_{k,t}|^p}{b^p}}$$
(8)

とすると,事後確率  $P(H, U, \phi, \sigma^2|Y)$ は,

$$P(H, U, \phi, \sigma^2 | Y) \propto P(Y | H, U, \phi, \sigma^2) P(U)$$
 (9)

と書ける。ただし, p, b は一般化正規分布の形状を 規定する定数であり, 0 のとき <math>P(U) は優ガ ウス的となり, スパースネスを測るための適切な尺 度になる。式 (9) より,事後確率  $P(H, U, \phi, \sigma^2 | Y)$  を  $H, U, \phi$  に関して最大化する問題は,  $\sigma^2$ , b をあらかじ め定めておく定数とすると,

$$f(H, U, \phi) \equiv \sum_{x,t} |Y_{x,t} - F_{x,t}|^2 + 2\lambda \sum_{k,t} |U_{k,t}|^p \quad (10)$$

を *H*,*U*, *φ* に関して最小化することと等しいので,以 上の最適化問題は以下のようにまとめられる。

minimize 
$$f(H, U, \phi)$$
  
subject to  $\sum_{x} H_{k,x} = 1$   $(k = 1, \cdots, K)$  (11)

この最適化問題を解くアルゴリズムを補助関数法 により導く。その準備として,まず,補助関数法の原 理を示す。目的関数 G(z) に対し,

$$G(z) = \min_{\bar{z}} G^+(z, \bar{z}) \tag{12}$$

が成り立つとき, $G^+(z,\bar{z})$ をG(z)の補助関数, $\bar{z}$ を補助変数と定義すると,次の定理が成り立つ.

定理 1 (補助関数法).補助関数  $G^+(z, \bar{z})$  を, $\bar{z}$ に関して最小化するステップと,zに関して最小化するステップを繰り返すと,目的関数値は単調収束する。

証明:  $\bar{z}_{t+1}$  =  $\operatorname{argmin}_{\bar{z}} G^+(z_t, \bar{z})$  とし,  $z_{t+1}$  =  $\operatorname{argmin}_z G^+(z, \bar{z}_{t+1})$  とする.ただし, t は反復計 算のステップ数を表す.z =  $z_t$ ,  $\bar{z}$  =  $\bar{z}_t$  からz =  $z_{t+1}$ ,  $\bar{z}$  =  $\bar{z}_{t+1}$  に更新されたときに, G(z) が増加しないことを示す。明らかに $G(z_t)$  =  $G^+(z_t, \bar{z}_{t+1})$  であり,  $z_{t+1}$  =  $\operatorname{argmin}_z G^+(z, \bar{z}_{t+1})$  より,  $G^+(z_t, \bar{z}_{t+1}) \ge G^+(z_{t+1}, \bar{z}_{t+1})$  である.更に補助 関数の定義より,  $G^+(z_{t+1}, \bar{z}_{t+1})$  である.

以上の補助関数法を適用するため,式 (10) で与え られる目的関数  $f(H,U,\phi)$ の補助関数を次の2つの 不等式 (証明略)を用いて導く。

$$|Y_{x,t} - F_{x,t}|^2 \le \sum_k \frac{|\bar{Y}_{k,x,t} - H_{k,x}U_{k,t}e^{j\phi_{k,x,t}}|^2}{\beta_{k,x,t}}$$
(13)  
$$|U_{k,t}|^p \le \frac{p|\bar{U}_{k,t}|^{p-2}}{2} U_{k,t}^2 + |\bar{U}_{k,t}|^p - \frac{p|\bar{U}_{k,t}|^p}{2}$$
(14)

ただし,式 (13) は $\sum_k \bar{Y}_{k,x,t} = Y_{x,t}$ の条件のもとで,式 (14) は $0 の条件のもとで成り立つ。また,<math>\beta_{k,x,t}$ は $0 < \beta_{k,x,t} < 1$ ,  $\sum_k \beta_{k,x,t} = 1$ を満たす任意の定数である。 $\bar{Y} \equiv (\bar{Y}_{k,x,t})_{K \times X \times T}$ ,  $\bar{U} \equiv (\bar{U}_{k,t})_{K \times T}$ 

とし,式(13),(14)より,

$$f^{+}(H, U, \phi, \bar{Y}, \bar{U}) \equiv \sum_{k, x, t} \frac{|\bar{Y}_{k, x, t} - H_{k, x} U_{k, t} e^{j\phi_{k, x, t}}|^{2}}{\beta_{k, x, t}}$$
$$+ \lambda \sum_{k, t} \left( p |\bar{U}_{k, t}|^{p-2} U_{k, t}^{2} + 2 |\bar{U}_{k, t}|^{p} - p |\bar{U}_{k, t}|^{p} \right)$$

とすれば $f(H,U,\phi) \leq f^+(H,U,\phi,\bar{Y},\bar{U})$ が成り立ち,

$$\bar{Y}_{k,x,t} = H_{k,x} U_{k,t} e^{j\phi_{k,x,t}} + \beta_{k,x,t} (Y_{x,t} - F_{x,t})$$
(15)  
$$\bar{U}_{k,t} = U_{k,t}$$
(16)

のとき  $f(H,U,\phi) = f^+(H,U,\phi,\bar{Y},\bar{U})$  となるため,  $f^+(H,U,\phi,\bar{Y},\bar{U})$  は補助関数の定義を満たす。

以上の結果を用いて, $H, U, \phi$ の更新式が求められる。 $H_{k,x}$ に関しては,本来,式(11)の条件で $f^+$ を最小化する必要があるが,ここでは簡単のため,まず無制約で $f^+$ を最小化する $H_{k,x}$ を解析的に求めたのちに式(11)を満たすように規格化する。

まず,  $\frac{\partial f^+}{\partial H_{k,r}} = 0$ を解くと,

$$H_{k,x} = \frac{\sum_{t} \frac{U_{k,t}}{\beta_{k,x,t}} \operatorname{Re}\left[\bar{Y}_{k,x,t}^{*} e^{j\phi_{k,x,t}}\right]}{\sum_{t} \frac{U_{k,t}^{2}}{\beta_{k,x,t}}} \qquad(17)$$

を得る。ここで, $\partial^2 f^+ / \partial H_{k,x} \partial H_{k',x'} \ge 0$ なので式 (17)は $f^+$ を最小にする更新である。

続いて, $U_{k,t}$ についても, $\frac{\partial f^+}{\partial U_{k,t}}=0$ を解くと,

$$U_{k,t} = \frac{\sum_{x} \frac{H_{k,x}}{\beta_{k,x,t}} \operatorname{Re} \left[ \bar{Y}_{k,x,t}^{*} e^{j\phi_{k,x,t}} \right]}{\sum_{x} \frac{H_{k,x}^{2}}{\beta_{k,x,t}} + \lambda p |\bar{U}_{k,t}|^{p-2}}$$
(18)

を得る。ここで, $\partial^2 f^+ / \partial U_{k,t} \partial U_{k',t'} \ge 0$ なので式 (18) は  $f^+$  を最小にする更新である。

次に, $\phi_{k,x,t}$ の更新式を導く。まず, $f^+$ のうち $\phi_{k,x,t}$ に依らない項をまとめてcと置くと, $f^+$ は

$$f^{+}(H, U, \phi, \bar{Y}, \bar{U}) = c - 2 \sum_{k, x, t} |A_{k, x, t}| \cos(\phi_{k, x, t} - C_{k, x, t})$$

と書ける。ただし,

$$A_{k,x,t} = \frac{\bar{Y}_{k,x,t} H_{k,x} U_{k,t}}{\beta_{k,x,t}}$$
  
$$\cos C_{k,x,t} = \frac{\operatorname{Re}[\bar{Y}_{k,x,t}]}{|\bar{Y}_{k,x,t}|}, \quad \sin C_{k,x,t} = \frac{\operatorname{Im}[\bar{Y}_{k,x,t}]}{|\bar{Y}_{k,x,t}|}$$

である。 $\cos(\phi_{k,x,t} - C_{k,x,t}) = \cos \phi_{k,x,t} \cos C_{k,x,t} + \sin \phi_{k,x,t} \sin C_{k,x,t} = 1$  のとき , すなわち ,

$$\cos\phi_{k,x,t} = \cos C_{k,x,t}, \quad \sin\phi_{k,x,t} = \sin C_{k,x,t} \quad (19)$$

のときに  $f^+(H,U,\phi,\bar{Y},\bar{U})$ は  $\phi_{k,x,t}$ に関して最小になる。従って, $e^{j\phi_{k,x,t}}$ の更新式は

$$e^{j\phi_{k,x,t}} = \frac{\operatorname{Re}[\bar{Y}_{k,x,t}]}{|\bar{Y}_{k,x,t}|} + j\frac{\operatorname{Im}[\bar{Y}_{k,x,t}]}{|\bar{Y}_{k,x,t}|} = \frac{\bar{Y}_{k,x,t}}{|\bar{Y}_{k,x,t}|}$$
(20)

で与えられる。

この更新式より  $H_{k,x}$  と $U_{k,t}$ の更新値の正値性が容易に示される。式 (17), (18) に式 (20) を代入すると,

$$H_{k,x} = \frac{\sum_{t} \frac{U_{k,t} |Y_{k,x,t}|}{\beta_{k,x,t}}}{\sum_{t} \frac{U_{k,t}^2}{\beta_{k,x,t}}}$$
(21)  
$$\sum_{t} \frac{H_{k,x} |\bar{Y}_{k,x,t}|}{\beta_{k,x,t}}$$

$$U_{k,t} = \frac{\sum_{x} \overline{\beta_{k,x,t}}}{\sum_{x} \frac{H_{k,x}^{2}}{\beta_{k,x,t}} + \lambda p |\bar{U}_{k,t}|^{p-2}}$$
(22)

となり, $H_{k,x}, U_{k,t}$ の初期値が正であれば $H_{k,x}, U_{k,t}$ は常に正値に更新されることが分かる。

以上より、アルゴリズムは次のようにまとめられる。

- 1. 初期設定: *H*,*U*, *φ* を初期設定
- 2. *Y*の更新: 式 (15) により *Y*を更新
- 3. φの更新:式 (20) により  $e^{j\phi'_{k,x,t}}$  を更新
- 4. *H* の更新:式 (17) により *H* を更新後,式 (11) を満たすように規格化
- 5. U の更新: 式 (18) により U を更新

6.2.に戻る

#### 2.3 NMF と等価になるアルゴリズムの条件

以上で導出した複素 NMF の基底系学習アルゴリズ ムは,特定の条件下で Lee らが導出した NMF の乗 法更新アルゴリズム [2] と等価となる。まず,位相ス ペクトル  $\phi$  の更新を,式 (20) により反復的に行う代 わりに,ここでは, $\phi$  を初期設定時に

$$e^{j\phi_{k,x,t}} = \frac{Y_{x,t}}{|Y_{x,t}|}$$
(23)

と置き,以後その値のまま固定して *H*, *U* のみを反復的に更新する場合について考察する。これにより,

$$F_{x,t} = \frac{Y_{x,t}}{|Y_{x,t}|} \sum_{k} H_{k,x} U_{k,t}$$
(24)

となるから,式 (15) にこれを代入すると $ar{Y}$ は

$$\bar{Y}_{k,x,t} = Y_{x,t} \left[ \frac{H_{k,x} U_{k,t}}{|Y_{x,t}|} + \beta_{k,x,t} \left( 1 - \frac{\sum_{n} H_{n,x} U_{n,t}}{|Y_{x,t}|} \right) \right]$$

のような更新がなされることになる。これと式 (23) を式 (17) に代入すると,右辺は

$$\frac{\sum_{t} \frac{U_{k,t}}{\beta_{k,x,t}} \left[ H_{k,x}U_{k,t} + \beta_{k,x,t} \left( |Y_{x,t}| - \sum_{n} H_{n,x}U_{n,t} \right) \right]}{\sum_{t} \frac{U_{k,t}^2}{\beta_{k,x,t}}}$$



Fig. 2 観測信号  $Y_{x,t}$ (上段) と反復計算 30 回後のモデル  $F_{x,t}$ (下段) のスペクトログラム

となる。ところで $\beta_{k,x,t}$ は, $\beta_{k,x,t} > 0$ , $\sum_k \beta_{k,x,t} = 1$ を満たす範囲で任意に定めて良い定数なので,Hや Uとともに値を更新したとしてもアルゴリズムの収 束性には何ら影響を与えない。そこで, $\beta_{k,x,t}$ を

$$\beta_{k,x,t} = \frac{H_{k,x}U_{k,t}}{\sum_{n} H_{n,x}U_{n,t}}$$
(25)

のように更新することにすると, H<sub>k,x</sub> の更新則は,

$$H_{k,x} \leftarrow H_{k,x} \frac{\sum_{t} U_{k,t} |Y_{x,t}|}{\sum_{t} U_{k,t} \sum_{n} H_{n,x} U_{n,t}}$$
(26)

と書け, Lee らが導出した Frobenius ノルム規準のも とでの乗法更新式 [2] と一致する。U に関しても上記 と同様のことが言える。以上の考察より, 複素 NMF アルゴリズムは,

- (1) NMF と同等に高効率で安定的な動作をすること,
- (2)  $\beta_{k,x,t}$  を固定するのではなく  $H, U, \phi$  とともに式 (25) のとおりに更新するのが効果的であること,
- (3) (2) を行う場合,  $\phi$  を式 (23) に固定すれば NMF と等価なアルゴリズムになるので,反復計算の 初期段階でH, Uを NMF により推定しておけ ば局所解問題が極めて効果的に回避できること,

# などが予想される。

## 3 動作実験

ATR 音声データベースの音声データ (女性話者) を用いて提案法の基本動作の確認を行った。 $Y_{x,t}$ は STFT(標本化周波数 16kHz,フレーム長 64ms,フ



レーム周期 32ms, Hanning 窓) により計算し,提 案法の条件については,K = 10,p = 1.2, $\lambda = \sum_{x,t} |Y_{x,t}|^2/K^{1-p/2} \times 10^{-5}$ ,反復計算回数 30 とした。H, Uの初期値はいずれも乱数生成により設定し,  $e^{j\phi}$ の初期値は $Y_{x,t}/|Y_{x,t}|$ とした。2.3 節での議論の とおり, $\beta_{k,x,t}$ は式 (25) により更新した。

図 1 は,以上の条件のもとで目的関数  $f(H,U,\phi)$  が反復計算ごとにどのように推移していくかを示したものである。2.2 節で導出したアルゴリズムは厳密に収束性が保証されているわけではないが,実際にはほぼ収束していく様子が確認できる。

図 2 は,  $Y_{x,t}$  と 30 回の反復計算によって推定され た  $F_{x,t}$  をそれぞれスペクトログラム表示したもので ある。このときの H, U の推定結果を併せて図 3 に 示す。H のそれぞれの推定結果から,調波構造らし いスペクトルの特徴的構造が事前知識なしに表出さ れていることが分かり,提案法が NMF に似た性質を もつことが確認できた。

#### 4 まとめ

本稿では,複素スペクトル(加法性の成り立つ)領 域でのモデル化に準拠しながら NMF のように観測 信号の中に混在する個々の特徴的な振幅スペクトルパ ターンを表出できるような性質をもった,新しいタイ プのスパース信号分解法「複素 NMF」を提案し,音 声データに対してその基本動作を確認した。

# 参考文献

- [1] Olshausen & Field, Nature, 381, 607–609, 1996.
- [2] Lee & Seung, Nature, 401, 788–791, 1999.
- [3] Plumbley, IEEE Trans. NN, 14(3), 534–543, 2003.
- [4] Smaragdis et al., WASPAA2003, 177–180, 2003.
- [5] Abdallah et al., IEEE Trans. NN, 17(1), 179–196, 2006.
- [6] Schmidt, Interspeech2006, 2614–2617, 2006.
- [7] Wilson et al., ICASSP2008, 4029–4032, 2008.
- [8] Bansal et al., Interspeech2005, 1505–1508, 2005.
- [9] Blumensath et al., ICASSP2004, 5, 497–500, 2004.