# 入力インピーダンスに着目した蝸牛基底膜モデルの解析と応用

荒木 章子 *, 日下部 裕一, 小野 順貴, 安部 素嗣, 安藤 繁 (東京大学)

Analysis and Extension on Cochlear Model: Give Attention to the Input Impedance

Shoko ARAKI, Yuichi KUSAKABE, Nobutaka ONO, Mototsugu ABE and Shigeru ANDO
(University of Tokyo)

**Abstract**

We are studying on the cochlea particularly on its input impedance ($Z_{in}$) to design efficient sensor devices with "fishbone structure". We extend Zwislocki's model into a class of log-linear models, and show 1) his model has significantly inductive $Z_{in}$, and 2) a purely resistive $Z_{in}$ is achieved with a perfect log-linear design. Next, using the two-dimensional fluid models, we examine whether or not $Z_{in}$ is inductive in real cochlea. We discuss how the problems of 1) inefficient energy supply, 2) reflection and resonance of internal and external traveling waves are solved in real cochlea.

キーワード: *cochlea, basilar membrane, log-linearity, fishbone structure*

## 1　はじめに

聴覚器官の蝸牛は，そのシステマティックでいて大変不可思議な構造のために，Helmholtz 以来，数多くの学者の興味をひき研究が進められてきたが，未だに全貌が解明されているとは言えない。大きな展開は，Békésy[1] らの緻密な実験と観察に基づいた Zwislocki[2] の伝送線モデルによって与えられ，その後，Lesser[3] や Allen [6] らの流体モデル等, 格段の精密化が進められた。これらは，基底膜上を伝搬する振動の振幅と位相の観測値との定量的合致を目指したものであり，神経応答との不一致の問題 [7] を除けば，現象論的な物理モデルとして十分な精度が得られていると見られていた。

一方，著者らは，蝸牛基底膜構造のセンサ・アクチュエータとしての有用性に着目し，蝸牛と等価な Fishbone 構造をシリコン微細加工で実現した人工基底膜マイクロフォンなどを提案している [4]。この中で必要になるのは，1) 工学的意味での蝸牛基底膜の機能の理解，2) 機能の取捨選択を可能にしたり設計の自由度を高めるためのモデルの一般化である。このため，前報 [5] で我々は伝送線モデルの断面アドミッタンスに着目し，1) 右向きアドミッタンスは共振点からの距離に比例してインダクタンス成分を生じる，2) 左向きアドミッタンスが入力端の信号源インピーダンスに強く依存することなどを示した。しかし，この結果から導かれる蝸牛基底膜の性質は奇妙である。このようなインダクタンス成分があるとすると，広帯域周波数でのインピーダンス整合が理論的に純抵抗以外に不可能であることから，入力端での不整合の結果，1) 蝸牛へのエネルギー供給効率の低下，2) 入力端での反射による周波数特性の乱れ，3) 基底膜の能動性によって発生する振動が蝸牛内部で共鳴を起こす，などの問題が生じざるを得ないし，このような欠点を伴うのでは蝸牛と等価な Fishbone 構造の意義をもあやうくする。

本稿では，上記のような問題意識に立ち，最初に，蝸牛基底膜の構造を対数線形構造に一般化して捉える。これにより，複数の対数線形構造の形式がある中で，一つが蝸牛基底膜に対応し，別の一つが我々が理想とする純抵抗入力インピーダンス特性を有することを示す。次に後半では，入力インピーダンスに着目したときに，従来の伝送線モデルは蝸牛基底膜の適切なモデルになり得ないのではないかとの問題意識から，より物理的対応に優れた二次元流体モデルに関して検証し，入力インピーダンスを数値計算により求める。この結果は後述するように否定的であり，流体モデルにおいてもインダクタンス成分が発生することが示される。これは，実際の蝸牛基底膜において，入力端での不整合の害を低減する新たな仕組の存在を予想させる。最後に，この点を Fishbone 構造と関連付けて考察する。

## 2　蝸牛基底膜の対数線形構造への一般化

伝送線の特性は直列インピーダンス $z(x,\omega)$ と並列インピーダンス $Y(x,\omega)$ によって決まる。基底膜の Zwislocki モデル (図 1) においては，

$$
\begin{aligned}
z(x,\omega) &= l(x,\omega)s \\
Y(x,\omega) &= R(x,\omega)+L(x,\omega)s+\frac{1}{C(x,\omega)s}
\end{aligned}
$$

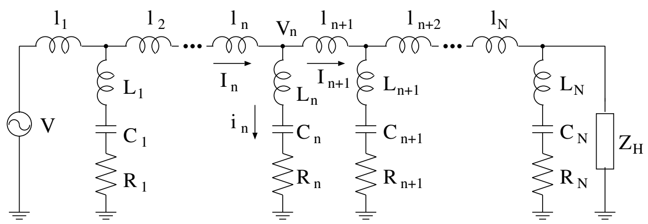



図 1. 基底膜の等価電気回路モデル (Zwislocki モデル)

Zwislocki は，振動のエネルギーが x 方向のみに伝達すると仮定した伝送線モデルを導いた [8]。横方向のインダクタンスは流体の質量，縦方向のインダクタンスは基底膜の質量，キャパシタンスは基底膜のスティフネス，抵抗は粘性にそれぞれ相当する。

のように $z(x,\omega), Y(x,\omega)$ は基底膜のパラメータに一意に対応づけられる。ここで $s = j\omega$ である。ここでは一般的に蝸牛基底膜に対数線形構造の条件を課して，これらのパラメータが満たす条件を示す。

### 2.1 対数線形構造条件

**a)** 空間と周波数の相似性と対数線形構造条件

対数線形構造の条件は次のようになる。

1. 周波数領域 — 着目点での共振要素の共振周波数で規格化した周波数特性が，着目点の位置に依らず相似形を保つ。

2. 空間領域 — 着目点での共振要素の共振周波数における振動振幅の空間分布が，着目点の位置に依らず相似形を保つ。

条件 2 が満たされるためには，全てのパラメータは空間的に対数線形に取られなければならない。すなわち，

$$l(x) = l(0)e^{\alpha x} = l_0 e^{\alpha x} \quad (1)$$

$$L(x) = L(0)e^{\beta x} = L_0 e^{\beta x} \quad (2)$$

$$C(x) = C(0)e^{\gamma x} = C_0 e^{\gamma x} \quad (3)$$

$$R(x) = R(0)e^{\zeta x} = R_0 e^{-\zeta x} \quad (4)$$

である。ただし，指数部は，人間の蝸牛基底膜において $\alpha, \beta, \gamma, \zeta$ がいずれも正となるように定義する。

条件 1 が満たされるためには，着目点 $x$ における伝送線パラメータ $z(x,s), Y(x,s)$ の組は，着目点 $x$ における共振周波数 $\sqrt{1/L(x)C(x)}$ で規格化した周波数 $s/\omega_0$ に対して，個別にも相対的にも相似な関数形を保たなければならない。すなわち

$$Y(x,s) = \frac{Cs}{LCs^2 + RCs + 1}$$

$$= \frac{(1/QR)(s/\omega_0)}{(s/\omega_0)^2 + (1/Q)(s/\omega_0) + 1}$$

$$z(x,s) = ls = \frac{l}{L} QR \frac{s}{\omega_0}$$

より，$Y(x,s)$ それぞれの条件として

$$Q(x) = \frac{1}{R(x)}\sqrt{\frac{L(x)}{C(x)}} = \text{一定} \quad (5)$$

を得る。これより共振要素の定 Q 条件が導かれる。

次に $Y(x,s)$ と $z(x,s)$ に相対的な条件として

$$\frac{z(x,j\omega_0)}{1/Y(x,j\omega_0)} = \frac{j(l/L)QR}{R} = j\ \frac{l}{L}\ Q\ = \text{一定}$$

すなわち定インダクタンス比条件

$$\frac{l(x)}{L(x)} = \text{一定} \quad (6)$$

が導かれる。

式 (5)，(6) より $l(x), L(x), C(x), R(x)$ の拡大率 $\alpha, \beta, \gamma, \zeta$ に関して，

$$\alpha = \beta \quad (7)$$

$$\beta - \gamma + 2\zeta = 0 \quad (8)$$

の条件が課せられる。さらに，共振周波数の分布を，周波数の減少指数 $\eta_0$ によって

$$\frac{1}{\sqrt{L(x)C(x)}} \equiv \omega_r(x) = \omega_r(0)e^{-\eta_0 x} \quad (9)$$

とすると，

$$\eta_0 = \frac{\beta+\gamma}{2} \quad (10)$$

となる。すなわち $\alpha, \beta, \gamma, \zeta$ は互いに連動する値をとる。

**b)** 対数線形構造の 3 形式

対数線形構造の形式として以下の 3 例を考える。

1) 定インダクタンス (定 $l$ あるいは定 $L$) 構造

人間の蝸牛の断面積はほぼ一定 [10] なので，直列インダクタンス $l(x)$ は位置に依存しない。このときの拡大率は

$$\alpha = \beta = 0, \quad \gamma = 2\eta_0, \quad \zeta = \eta_0 \quad (11)$$

となる。この構造では，対数線形構造に必須の定インダクタンス比関係のみが満たされる。

この構造は蝸牛基底膜の構造に他ならない。

2) 定抵抗 (定 $R$) 構造

$$R(x) = \text{一定} \quad \text{ゆえに} \quad \zeta = 0 \quad (12)$$

このとき

$$\alpha = \beta = \gamma = \eta_0, \quad \zeta = 0 \tag{13}$$

となり，拡大率が $l(x), L(x), C(x)$ について等しい完全対数線形構造となる。この構造では，定比関係は定インダクタンス - キャパシタンス比の関係にまで拡張されており，定 Q 条件も満たされる。

3) 定キャパシタンス (定 $C$) 構造

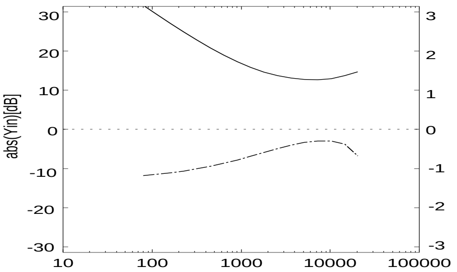
人間の蝸牛とは対照的に，共振要素のコンデンサ $C(x)$ を一定にとる構造も考えられる。このときの拡大率は

$$\alpha = \beta = 2\eta_0, \quad \gamma = 0, \quad \zeta = -\eta_0 \tag{14}$$

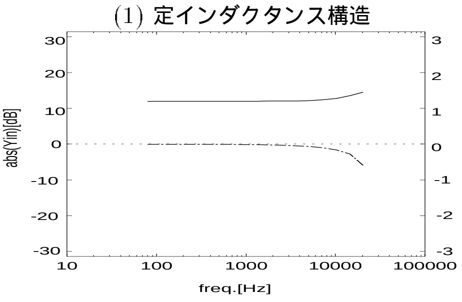
である。

### 2.2　対数線形構造をもつ伝送線の入力アドミッタンス

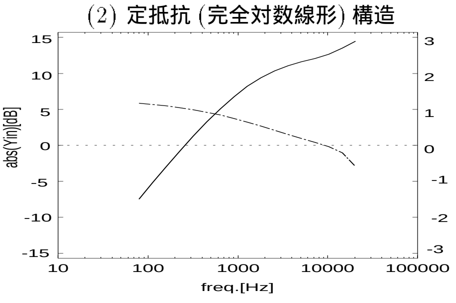
それぞれの構造について入力アドミッタンスを計算した結果を図 2に示す。用いたパラメータは $l_0 = 1.58 \times 10^{-6}$[H]，$L_0 = 4.9 \times 10^{-6}$[H]，$C_0 = 8.69 \times 10^{-6}$[F]，$R_0 = 3.75 \times 10^{-1}[\Omega]$，$\eta_0 = 1.665$ である。




(1) 定インダクタンス構造




(2) 定抵抗 (完全対数線形) 構造




(3) 定キャパシタンス構造

図 2. 各対数線形構造の入力アドミッタンス。実線が振幅 (dB 表示)，破線が位相を示す。

定 L 構造では入力アドミッタンスはインダクタンス素子と抵抗の並列回路に，定 C 構造では負性インダクタンス素子と抵抗の並列回路に見えている。完全対数線形構造では入力アドミッタンスは純抵抗になっており，入力端での不整合のない理想的な構造になっている。

### 2.3　対数線形構造における蝸牛の形状

次に蝸牛の定 L 構造と，入力インピーダンスが純抵抗である完全対数線形構造における蝸牛の形状をそれぞれ図 3と図 4に示す。

伝送線モデルのパラメータ (式 (1)-(4)) と蝸牛の形状パラメータとは次の対応関係がある。

$$\begin{aligned} l(x) &\propto \tfrac{1}{S(x)}, & L(x) &\propto \tfrac{1}{w(x)} \\ C(x) &\propto k(x), & R(x) &= \tfrac{1}{Q}\sqrt{\tfrac{L(x)}{C(x)}} \end{aligned}$$

但しここで $S(x)$: 前庭階と鼓室階の平均の断面積, $w(x)$: 基底膜の幅，$h(x)$: 基底膜の厚さ, $k(x)$: 基底膜の単位面積当たりのスティフネスである。

ここでは人の蝸牛のパラメータである $\eta_0 = 1.66$，

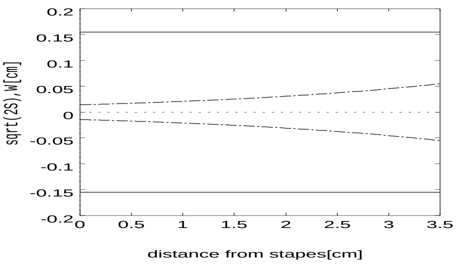
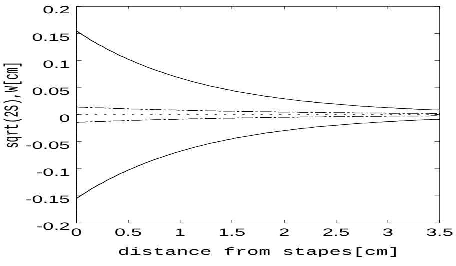
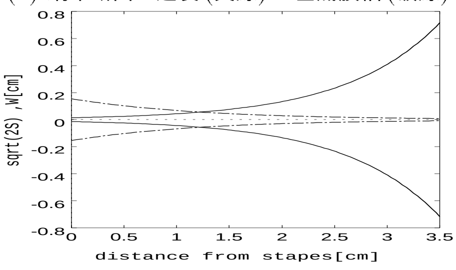



図 3. 定インダクタンス構造における蝸牛断面の辺長 (実線) と基底膜幅，基底膜厚 (破線)




(a) 蝸牛断面の辺長 (実線) と基底膜幅 (破線)




(b) 蝸牛断面の辺長 (実線) と基底膜厚 (破線)

図 4. 完全対数線形構造における形状パラメータ分布

$S(x)|_{x=0} = 0.012[\mathrm{cm}^2]$，$w(x)|_{x=0} = h(x)|_{x=0} = 0.0142[\mathrm{cm}]$ を用いている。

これより定 L 構造では膜の幅・厚さとも蝸牛管内におさまるが，完全対数線形構造では，膜厚が低周波側で蝸牛辺長より大きくなってしまい，広帯域でのこの形式の実現は不可能である。

## 3　蝸牛の二次元モデル

前述したように, 定 L 構造では入力インピーダンスにインダクタンス成分を持つ。しかし一方で蝸牛の入力インピーダンスは抵抗的であることが実験的に確かめられている [9]。これは伝送線モデルの不完全性に起因すると考えられるため，ここではより物理的対応に優れた二次元流体モデルで入力インピーダンスを検証する。

### 3.1　二次元流体モデル (モデル 1)

蝸牛を図 5に示すようにモデル化する：実際は渦巻状になっている蝸牛を延ばし，断面積 $S(x)$ が緩やかにに変化する管として考える。この中は非圧縮・非粘性・密度 $\rho$ の流体で満たされておりこれを性質が位置によって徐々に変化する基底膜が二分している。基底膜は幅 $w(x)$ で，単位面積当たり質量 $m(x)$，粘性抵抗 $r(x)$，スティフネス $k(x)$ を持つとする。

鼓室階の圧力を $P_t$， 前庭階の圧力を $P_v$ とおく。また鼓室階のリンパ液の x 方向速度， y 方向速度をそれぞれ $v_{xt}, v_{yt}$，前庭階の速度を $v_{xv}, v_{yv}$ とする。なお $P_t - P_v = P_d, v_{xt} - v_{xv} = v_x, v_{yt} - v_{yv} = v_y$ と定義する。

流体の x 方向， y 方向の周波数領域での運動方程式はそれぞれ

$$-j\omega\rho v_x = \frac{dP_d}{dx}, \qquad -j\omega\rho v_y = \frac{dP_d}{dy} \tag{15}$$

となる。また連続条件より $\mathrm{div}\vec{v} = 0$ (但し $\vec{v} = (v_x, v_y)$)

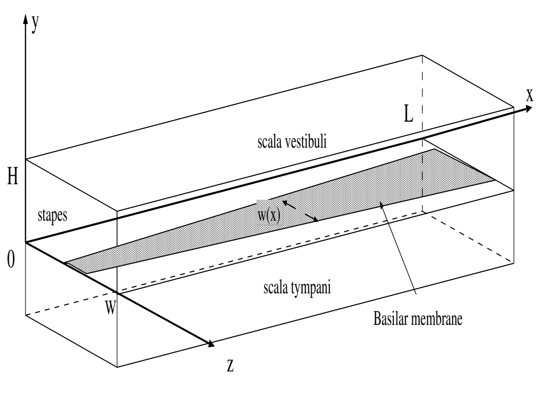



図 5. 基底膜のモデル化

が導かれ, 式 (15) を代入することで次の圧力に関する Laplace 方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 P_d}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_d}{\partial y^2} = 0 \tag{16}$$

また次の境界条件を設ける。

$$\begin{cases} \text{壁での y 方向速度0：} & \frac{\partial P_d(x,H)}{\partial y} & = & 0 \\ \text{あぶみ骨駆動条件：} & P_d(0,y) & = & \mathrm{const.} \\ \text{蝸牛孔の連続条件：} & P_d(L,y) & = & 0 \\ \text{基底膜での運動方程式：} & \frac{\partial P_d(x,0)}{\partial y} & = & -2\rho a_b \end{cases} \tag{17}$$

ここで $a_b$ は基底膜での加速度である。これは基底膜の (音響) アドミッタンス

$$Y(x) = \frac{v_y(x,0)}{P_d(x,0)} = \{j\omega m(x) + r(x) + \frac{k(x)}{j\omega}\}^{-1} \tag{18}$$

を用いて

$$a_b(x) = j\omega Y(x) P_d(x,0) \tag{19}$$

と書ける。

### 3.2　二次元等価回路モデル (モデル 2)

はじめに電圧則を導く。流体の x 方向， y 方向の運動方程式を周波数領域で書き下し，圧力を電圧に，体積速度を電流に置き換える ML アナロジー

$$\begin{cases} I_x(x,y) & = & \Delta y W v_x(x,y) \\ I_y(x,y) & = & \Delta x W v_y(x,y) \\ P_d(x,y) & = & V(x,y) \end{cases} \tag{20}$$

を用いて変換する。これにより

$$V(x-\Delta x, y) - V(x,y) = j\omega l_x I_x(x,y) \tag{21}$$

$$V(x, y+\Delta y) - V(x,y) = j\omega l_y I_y(x,y) \tag{22}$$

が得られる。ここで $l_x = \frac{\Delta x \rho}{W \Delta y}$, $l_y = \frac{\Delta y \rho}{W \Delta x}$ である。

電流則は流体の質量保存則を，周波数領域で ML アナロジーにより変換することで得られる。

$$I_x(x,y) - I_x(x+\Delta x, y) + I_y(x,y) - I_y(x, y+\Delta y) = 0 \tag{23}$$

なおモデル 1 と同様の境界条件は次のようになる。

$$\begin{cases} \text{壁での y 方向速度 0：} \\ \qquad I_x(x,H) - I_x(x+\Delta x, H) \\ \qquad\qquad + I_y(x, y-\Delta H) = 0 \\ \text{あぶみ骨定圧駆動:} \quad V(0,y) = \mathrm{const.} \\ \text{蝸牛孔の連続条件:} \quad V(L,y) = 0 \\ \text{基底膜での保存の式:} \\ \qquad I_x(x,\Delta y) - I_x(x+\Delta x, \Delta y) - I_b(x) \\ \qquad\qquad + I_y(x,\Delta y) = 0 \\ \text{基底膜での運動方程式:} \quad V(x,0) = z(x) I_b \end{cases} \tag{24}$$

ここで $I_b(x)$ は基底膜 y 方向速度に相当し，$z(x) = j\omega M(x) + r(x) + \frac{k(x)}{j\omega}$ は基底膜のインピーダンスである。

以上より図 3.2の二次元等価回路モデルが導かれる。

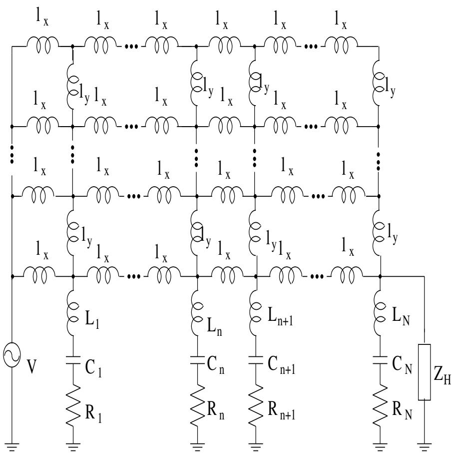
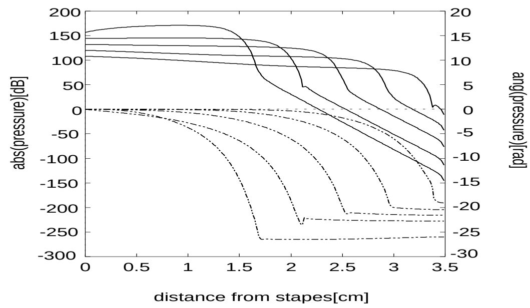
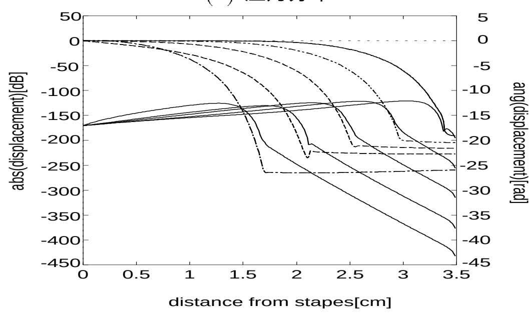



図 6. 二次元等価回路

回路定数は $l_x = \frac{\Delta x \rho}{W \Delta y}$, $l_y = \frac{\Delta y \rho}{W \Delta x}$, $L_n = \frac{M(n\Delta x)}{2\Delta x w(n\Delta x)}$, $R_n = \frac{r(n\Delta x)}{2\Delta x w(n\Delta x)}$, $C_n = \frac{2\Delta x w(n\Delta x)}{k(n\Delta x)}$




(a) 圧力分布




(b) 変位分布

図 7. 基底膜の周波数選択性

実線が振幅，点線が位相。周波数をパラメータとしてプロットしてある。$f = 1280, 640, 320, 160, 80$[Hz]

## 4 数値実験

### 4.1 基底膜の周波数分解特性

モデル 1 で計算した基底膜上での圧力分布と基底膜の変位分布を図 7に示す。具体的には式 (16) を差分化し，反復法で解いた [11]。

パラメータは

$$\left\{\begin{array}{lcl} m(x) & = & 1.42 \times 10^{-2} e^{0.387x} \quad [\mathrm{g/cm^2}] \\ k(x) & = & 3.34 \times 10^{8} e^{-2.944x} \quad [\mathrm{dyn/cm^3}] \\ r(x) & = & 1.08 \times 10^{3} e^{-1.278x} \quad [\mathrm{dyn\ s/cm^3}] \\ w(x) & = & 1.42 \times 10^{-2} e^{0.387x} \quad [\mathrm{cm}] \\ S(x) & = & 0.012 \quad [\mathrm{cm^2}] \end{array}\right. \tag{25}$$

を用いている。

二次元流体モデルで，位置による周波数分解ができている。また共振点より左側に，一次元モデルでは見られない圧力の減衰の緩和 (Prateau Region) がある [6]。

### 4.2 入力アドミッタンス

モデル 2 および Zwislocki モデルを用いて蝸牛の入力アドミッタンスを計算した結果を合わせて図 8に示す。具体的には x 方向に 140 段，モデル 2 の y 方向は 6 段に区切り，多端子回路のカスケード行列の積を利用している。パラメータは

$$\left\{\begin{array}{lcl} l_x & = & 12.9\ [\mathrm{H}] \qquad l_y = 6.45\ [\mathrm{H}] \\ L_n & = & 20\ \ [\mathrm{H}] \\ R_n & = & 1.52 \times 10^{6} e^{-0.0416n} \quad [\Omega] \\ C_n & = & 2.13 \times 10^{-12} e^{0.0833n} \quad [\mathrm{F}] \end{array}\right. \tag{26}$$

である。

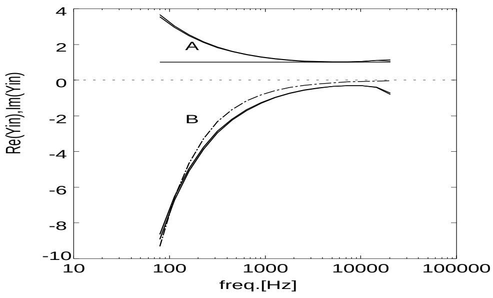
蝸牛の入力アドミッタンスは，Zwislocki モデルでも二次元等価回路でもほとんど変わらず，インダクタンス成分が見られる。この入力アドミッタンスは抵抗とインダクタンスの並列接続 $1/R_{in} + 1/j\omega L_{in}$ と近似できる。図 8には回路定数を

$$R_{in} = 1.0 \times 10^6 [\Omega] \qquad L_{in} = 213.7 [\mathrm{H}]$$

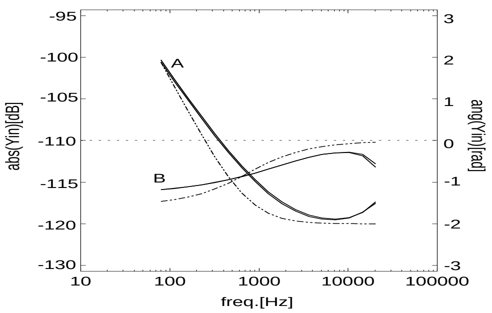
としたときの結果を同時に示してある。

このインダクタンス成分の発生は冒頭で述べたような 1) 蝸牛へのエネルギー供給効率の低下，2) 反射による周波数特性の異常，3) 能動性により発生するエネルギーの共鳴といった問題を生じる可能性がある。

なお，実際はこのような不都合が起こっていないことから，この入力端での不整合に起因する弊害を解消する構造が存在することを示唆しているとも考えられる。




(a) 実部 (A) と虚部 (B)




(b) 振幅 (A) と位相 (B)

図 8. 入力アドミッタンス。蝸牛 (実線)，等価回路 (点線)。

## 5　考察

以上で示したように，蝸牛においては入力端の欠点にもかかわらず定 L 構造が採用されている。そこで，完全対数線形構造と定 L 構造について，蝸牛と Fishbone 構造を実現する容易さの観点から比較考察する。

Fishbone 構造では，基底膜モデルのパラメータ (式 (1)-(4)) と Fishbone のパラメータとは大まかには次のように対応づけられている。

$$l(x) \propto \frac{1}{W(x)}, \quad L(x) \propto \frac{1}{k(x)}$$
$$C(x) \propto X(x), \quad R(x) = \frac{1}{Q}\sqrt{\frac{L(x)}{C(x)}}$$

但し，$W(x)$: 横断ビーム (背骨) 幅, $k(x)$: スティフネス, $X(x)$:(共振) ビーム長である。上記の関係を満たすパラメータを採用することにより，対数線形構造を満たす Fishbone 構造を設計することが理論的には可能である。しかし，$l(x), L(x), C(x)$ が同率で拡大されていくため，Fishbone 構造が長くなると低周波用になるにつれて共振ビームはだんだん長く重くなるのに, 横断ビームの幅はそれにつれて狭くなるため構造を支えきれなくなる。すなわち広帯域での完全対数線形構造の実現には機械的な意味で困難を伴う。このことは実際の蝸牛でも同じであり，断面積や基底膜の質量とスティフネスを対数線形に増大させることは，機械的にも形状的にも大変困難である。

一方蝸牛のとっている定 L 構造では低周波用になるにつれてビーム長は長くなるものの横断ビームの幅は一定であり構造を支える困難の程度は低い。よって Fishbone 型での実現という意味では定 L 構造の方が現実的である。蝸牛においては，形状の対数線形性を少なくしてコンパクト化し，基底膜のスティフネスに指数変化の要因を集中させている。従って蝸牛の定 L 構造は，機械的構造の制約の中で広帯域をカバーするためにとられた妥協の産物であるとも考えられる。

以上の知見を背景とした Fishbone 構造の振動入力部の最適設計，蝸牛における不整合の解決のための新たなメカニズムの解明が今後の課題である。

## REFERENCES

[1] G. von Békésy, “Experiments in Hearing,” McGraw-Hill, 1960.

[2] J. Zwislocki, “Theory of Acoustical Action of the Cochlea,” J. Acoust. Soc. Am., vol.22, no.6, pp.778-784, 1950.

[3] M. B. Lesser and D. A. Berkley, “Fluid mechanics of the cochlea.Part 1,” Journal of Fluid Mechanics, vol.51, Part 3, pp.497-512, 1972.

[4] K. Tanaka, M. Abe and S. Ando, “A Novel Mechanical Cochlea Fishbone with Dual Sensor/Actuator Characteristics,” IEEE/ASME Trans. Mechatronics, vol.3, no.2, pp.98-105, Jun, 1998.

[5] 安藤 繁, 小野順貴, “蝸牛基底膜モデルとフィッシュボーン構造の影像アドミッタンス解析,” 電気学会研究会資料 SSA-98-4, pp.19-25, 1998.

[6] J. B. Allen, “Two-dimensional cochlear fluid model: New results,” J. Acoust. Soc. Am., vol.61, no.1, pp.110-119, 1977.

[7] J. B. Allen, “Cochlear micromechanics – A Physical model of transduction,” J. Acoust. Soc. Am., vol.68, no.6, pp.1660-1670, 1980.

[8] 境 久雄, 中山 剛, “聴覚と音響心理,” 日本音響学会編音響工学講座 6，コロナ社, 1978.

[9] J. Zwislocki, “Five decades of research on cochlear mechanics,” J. Acoust. Soc. Am., vol.67, no.5, pp.1679-1685, 1980.

[10] J. B. Allen, “Cochlear Modeling,” IEEE ASSP Magazine, pp.2-29, 1985.

[11] S. T. Neely, “Finite difference solution of a two-dimensional mathematical model of the cochlea,” J. Acoust. Soc. Am., vol.69, no.5, pp.1386-1393, 1981.