

## 「組合せ爆発」を乗り越える

～二分決定グラフを用いた膨大な量の組合せの数上げと最適化～

### Beyond combinatorial explosion

Enumeration and optimization with Binary Decision Diagrams



協創情報研究部

西野 正彬 Masaaki Nishino

#### プロフィール

NTTコミュニケーション科学基礎研究所 協創情報研究部 研究主任。  
2008年京都大学大学院情報学研究所修士課程修了。同年日本電信電話株式会社入社。博士(情報学)。アルゴリズム、自然言語処理、組合せ最適化の研究に従事。2017年度山下記念研究賞受賞。言語処理学会、人工知能学会、情報処理学会、各会員。

10人の従業員を5人ずつ2つのグループに分けたいとします。このときに可能なグループ分けの種類は何通りあるでしょうか。高校数学で習う組合せの公式を適用すると、可能なグループ分けの数は252通りあることがわかります。では、従業員の数が50人、100人と増えていくと、可能なグループ分けの種類はどうなるでしょう。同様に組合せの公式を適用してみると、50人のときには約126兆通り、100人のときには10種(1種は100兆の100兆倍)通りものグループ分けが存在することがわかります。このように問題のサイズが大きくなるにつれて答えとなる組合せの数が爆発的に増えていく現象は「組合せ爆発」と呼ばれます。グループ分けの例のほかにも、ある駅から出発して別の駅に到達するための鉄道の乗り継ぎの方法や、あるいは将棋の局面の数など、組合せ爆発は様々な場面で見られる普遍的な現象です。

計算機を使って問題を解く際には組合せ爆発にうまく対処する必要があります。いま、可能なグループ分けの中から、業務が滞りなく進むような良いグループ分けを探りたいとします。この問題を解くための最も素朴な方法として、全ての可能なグループ分けを順番に調べ上げるという方法が考えられます。しかしながら、従業員数が多くなるとそのような解法は現代の高性能な計算機をもってしても困難です。最新のパソコンには1秒間の間に1兆回近くの計算を行うことができるといわれています。仮に1つのグループ分けを1回の計算で見つけられたとしても、従業員100人の可能なグループ分けを全て調べるのに1億年以上かかることになるため、組合せ爆発を起こす対象を全て数え上げるのは現実的ではありません。そこで、これまでは組合せ爆発を全て数え上げずに、いわば組合せ爆発を「避けて」問題を解く方法が広く検討されてきました。

一方で、近年のアルゴリズム研究の発展の成果として、これまでは困難だと考えられていた組合せ爆発の数上げが可能になるケースも数多くあることがわかってきました。組合せ爆発を正確に数えることができると、可能な組合せの中からもっともよいものを選び出すことや、問題の性質を詳しく分析することなどができるようになります。私は、二分決定グラフ(Binary Decision Diagram: BDD)とよばれるデータ構造を用いることで膨大な数の組合せを数え上げて問題を解く方法を研究しています。ここまで、膨大な数の組合せといってきたものは、数学的には何らかの要素からなる組合せの集まり(集合)として表現できます。例えば従業員の可能なグループ分けは、各従業員を要素とする組合せの集合として表現できます。BDDは組合せの集合を、図1に示すような丸や四角と矢印との組合せ(グラフ)としてあらわす表現方法です。組合せ爆発に含まれる一つ一つの組合せは似通っているものが多いことが知られています。従業員のグループ分けの例では、ほとんど同じグループ分けがいくつもあることは容易に想像がつくでしょう。BDDはこうした似通った組合せをまとめて表現することで、膨大な数の組合せの集合を表現することができます(図1)。講演では、ポリオミ

ノとよばれる、四角い盤面にすき間なくピースを敷き詰めるパズルの全ての解を高速に見つけるための方法や[2]、通信ネットワークの故障確率を正確に計算することで、故障する確率が最小となる通信ネットワークの設計方法 [3] などを紹介しています。いずれの応用課題においても、BDDを用いて組合せ爆発を起こす対象を圧縮して表現することで、これまでよりもサイズの大きな問題を、より正確に解くことに成功しています(図2)。

もちろん、BDDを用いて世の中の組合せ爆発を起こす対象をすべて数え上げられるわけではありません。しかしながら、近年の計算機の性能の向上と、BDDに代表される最新のアルゴリズムとを組み合わせると、さまざまな場面で正確な数上げができるようになります。組合せ爆発を避けるだけでなく、真面目に数え上げて問題を解く、いわば組合せ爆発を「乗り越える」アプローチというのはこれまであまり取られてこなかった新しいものであり、多大な可能性を秘めていると考えています。今後もBDDの数上げの威力を活かしたアルゴリズムの研究に取り組むことを通じて世の中の問題の解決に取り組んでいく予定です。

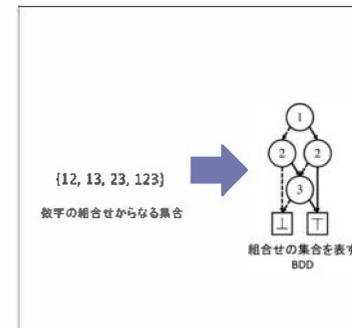


図1: 組合せの集合と、それを表現する二分決定グラフ(BDD)の例

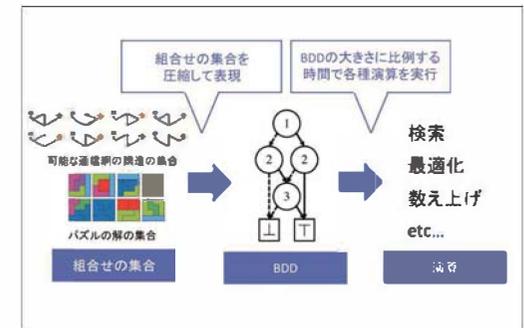


図2: 二分決定グラフを用いて組合せ爆発を扱う処理の流れ

#### 関連文献

- [1] M. Nishino, N. Yasuda, S. Minato, M. Nagata, "Dancing with decision diagrams: a combined approach to exact cover," in Proc. the 31st AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI), 2017.
- [2] M. Nishino, T. Inoue, N. Yasuda, S. Minato, M. Nagata, "Optimizing network reliability via best-first search over decision diagrams," in Proc. IEEE International Conference on Computer Communications (INFOCOM), 2018.