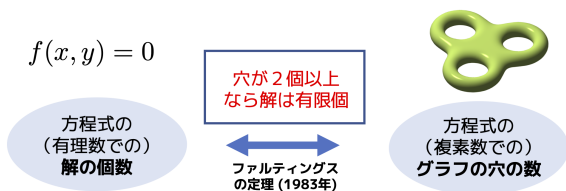


数の不思議はどこから生まれる？

<p>どんな研究</p>	<p>数学では、一見まったく異なる2つの事柄が結びつくことがよくありますが、それは単なる偶然ではないはずです。本研究では、発表者がこれまでに開発した一般化モチーフ理論を用いて、数の世界の不思議な結びつきが生み出される本質的なメカニズムを明らかにします。</p>
<p>どこが凄い</p>	<p>数の研究は、代数多様体という図形の研究に置き換えられます。一般化モチーフ理論は、代数多様体をあらゆる視点から一挙に観測する数学的装置です。別々の視点(=コホモロジー)から眺めた代数多様体の姿は一見、全く異なりますが、一般化モチーフ理論で隙間なく観測することで、異なる視点を結びつけることができます。</p>
<p>めざす未来</p>	<p>代数多様体の究極の観測装置である一般化モチーフ理論を用いれば、表面的には全く異なる2つの事柄を、偶然に頼らず系統的に結びつけることができます。本研究を推進することにより、人類の活動をいたるところで支える数の真理の探究を爆発的に加速させることができると期待されます。</p>

数の世界の不思議な結びつき

方程式の有理数の解を調べることは非常に難しい問題です。しかし、驚くべきことに、**グラフの穴の数**を数えることで、方程式の有理数の**解の個数**の情報を得ることができます。

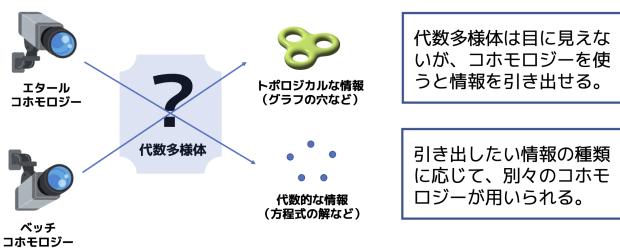


このように**表面的には異なる2つの事象の結びつき**を探り、難問への新しい解決策を見出すことは、数学の得意技です。

不思議を生み出す代数多様体

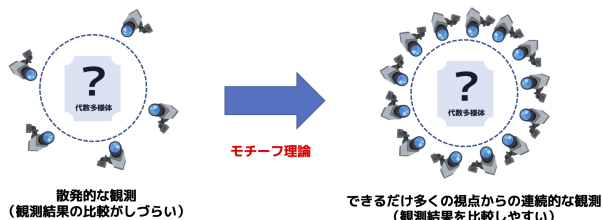
このような隠れた結びつきを探る数学的装置として、数学者は**コホモロジー**を作り上げました。コホモロジーは、複雑な図形から数値的な情報を取り出す優れた観測装置です。

解の個数や穴の数といった異なる情報は、**代数多様体**という図形を異なる**コホモロジー**で観測した結果として得られます。他にも多様な情報を代数多様体から引き出すことができます。(代数多様体は暗号理論などの応用分野でも重要な研究対象です。)



代数多様体を一挙に観測

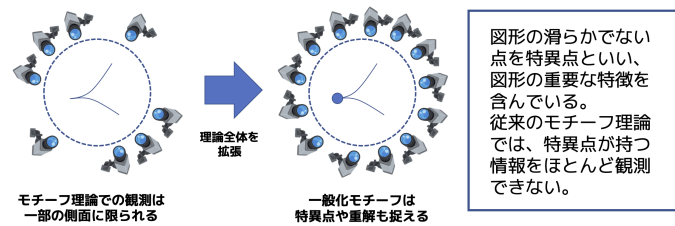
コホモロジーには、図形の着目する側面に応じて様々な種類がありますが、これら一つ一つを個別に眺めているだけでは代数多様体の異なる姿をうまく比べることができません。そこで、**多くの側面を連続的に、一挙に観測**してしまおう、という理論(**モチーフ理論**)が20世紀後半に作られました。



モチーフ理論により異なる側面を比較しやすくなったことで、新たな事象の結びつきが次々に発見されています。

究極の観測装置：一般化モチーフ

しかし、実際にはモチーフ理論で観測できる範囲は限られており、**特異点などの重要な情報**が抜け落ちてしまいます。これまでの研究では、従来のモチーフ理論の欠点を克服する上位互換として、**一般化モチーフ理論**の開発に成功しました。



今後は、一般化モチーフを用いた精度の高い観測を通して、従来のモチーフ理論では捉えられないさらなる未知の不思議なつながりを探究していきます。

関連文献

[1] B. Kahn, H. Miyazaki, S. Saito, T. Yamazaki, "Motives with modulus, III," *Annals of K-theory* (to appear).
 [2] B. Kahn, H. Miyazaki, S. Saito, T. Yamazaki, "Motives with modulus, II," *Épjournal de Géométrie Algébrique*, Vol. 5, epiga:7115, 2021.
 [3] B. Kahn, H. Miyazaki, S. Saito, T. Yamazaki, "Motives with modulus, I," *Épjournal de Géométrie Algébrique*, Vol. 5, epiga:7114, 2021.
 [4] B. Kahn, H. Miyazaki, "Topologies on schemes and modulus pairs," *Nagoya Mathematical Journal*, Vol. 244, pp. 283–313, 2021.
 [5] H. Miyazaki, "Nisnevich topology with modulus," *Annals of K-theory*, Vol. 5, pp. 581–604, 2019.

連絡先

宮 弘安 (Hiroyasu Miyazaki) 基礎数学研究センタ
 Email: cs-openhouse-ml@hco.ntt.co.jp